

Ćw. 26. Wyznaczanie siły elektromotorycznej ogniwa na podstawie prawa Ohma dla obwodu zamkniętego

Wprowadzenie

Prądem nazywamy uporządkowany ruch ładunku elektrycznego. Najczęściej spotykanym prądem jest tzw. prąd przewodzony, który powstaje w przewodnikach pod wpływem pola elektrycznego, a nośnikami prądu są elektrony. Jest on charakteryzowany przez natężenie prądu, które jest zdefiniowane jako całkowity ładunek dQ przepływający przez dowolny przekrój poprzeczny przewodnika w przedziale czasu dt :

$$I = \frac{dQ}{dt}, \quad (1)$$

Jednostką natężenia jest amper, który odpowiada przepływowi ładunku o wartości 1 C (kulomba) w czasie jednej sekundy. Podstawowymi prawami przepływu prądu są prawa: Ohma i Joule'a-Lenza. Ohm stwierdził, że jeżeli weźmiemy jednorodny przewodnik o długości l i polu przekroju poprzecznego S , to natężenie prądu płynącego przez niego jest proporcjonalne do przyłożonej różnicy potencjałów ΔV (oznaczonego jako napięcie U) na końcach tego przewodnika. Oznacza to, że stosunek przyłożonego napięcia do końców przewodnika i płynącego przez niego prądu jest wartością stałą, którą nazywamy oporem elektrycznym przewodnika:

$$R = \frac{U}{I}, \quad (2)$$

Jednostką oporu elektrycznego w układzie SI jest om $[\Omega]$, gdzie $1 \Omega = 1V/1A$.

Ładunek elektryczny przenoszony przez powierzchnię może mieć różną wartość w różnych częściach powierzchni. Ta właściwość może być uwzględniona poprzez wektor gęstości natężenia prądu elektrycznego \vec{j} , którego wartość definiujemy jako pochodną natężenia prądu po powierzchni:

$$j = \frac{dI}{dS}, \quad (3)$$

Uwzględniając powyższe oraz, że $U = \Delta V = El$, gdzie E jest natężeniem pola elektrycznego w przewodniku otrzymujemy:

$$R = \frac{l}{jS} E, \quad (4)$$

Po prostych przekształceniach otrzymamy prawo Ohma w postaci różniczkowej:

$$j = \frac{l}{RS} E = \sigma E, \quad (5)$$

gdzie $\sigma = l/RS$ nazywamy przewodnością elektryczną właściwą przewodnika, której odwrotność nazywamy oporem właściwym przewodnika ρ .

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{RS}{l}, \quad (6)$$

Na podstawie tego wyrażenia możemy napisać, że opór elektryczny przewodnika jest zdefiniowany przez jego rozmiary oraz materiał z jakiego został wykonany:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (7)$$

Wzór (7) jest słuszny dla wszystkich przewodników jednorodnych o jednakowym przekroju S na całej długości l .

Prawo Joule'a-Lenza określa energię wydzielaną przy przepływie prądu elektrycznego. Praca potrzebna na przeniesienie ładunku dQ przez różnicę potencjałów jest równa $dW=UdQ$. Dla prądu o natężeniu I w czasie dt przeniesiony będzie ładunek $dQ=Idt$, wobec czego praca wykonana przez źródło pola elektrycznego będzie wynosić:

$$dW = UI dt = IR^2 dt, \quad (8)$$

A moc wydzielona w przewodniku wynosi:

$$P = \frac{dW}{dt} = UI = IR^2, \quad (9)$$

Bezpośrednie zastosowanie prawa Ohma do obliczania natężeń prądów w obwodach złożonych ze znacznej ilości przewodów byłoby bardzo żmudną pracą. Zadanie znacznie upraszczają prawa Kirchhoffa. Pierwsze prawo Kirchhoffa jest prawem zachowania ładunku elektrycznego i dotyczy tzw. węzłów obwodu. Prawo to mówi, że suma natężeń prądów schodzących się w węzle jest równa zero:

$$\sum_{i=1}^K I_i = 0, \quad (10)$$

gdzie K – jest liczbą przewodów schodzących się w węzle. Prawo to obowiązuje w każdym węzle obwodu, co oznacza, że dla każdego obwodu możemy napisać tyle takich równań, ile jest węzłów w obwodzie.

Natomiast drugie prawo Kirchhoffa głosi, że w dowolnym zamkniętym obwodzie (tzw. oczku) suma spadków napięć (iloczynów natężeń prądu i oporów odpowiednich odcinków obwodu) jest równa sumie sił elektromotorycznych w tym obwodzie.

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^n E_i, \quad (11)$$

gdzie n jest liczbą odcinków przewodów, na jakie dzielimy oczko obwodu. Podobnie jak w przypadku pierwszego prawa, drugie również obowiązuje dla każdego oczka w rozważanym obwodzie. Dlatego możemy napisać tyle równań ile jest oczek obwodu.

Siły kulombowskie działające na ładunki swobodne w polu elektrycznym przesuując je dążą do wyrównania potencjałów w przewodniku. Tak więc utrzymanie stałej różnicy potencjałów na końcach przewodnika wymaga działania sił elektrycznych, pochodzących z zewnątrz. Te siły zewnętrzne można opisać poprzez pracę wykonaną przy przemieszczaniu ładunków w przewodniku. Pracę sił zewnętrznych przypadającą na jednostkę ładunku dodatniego nazywamy siłą elektromotoryczną (SEM). Jednostką siły elektromotorycznej jest volt.

$$E = \frac{W}{Q}, \quad (12)$$

Źródłami siły elektromotorycznej są zwykle ogniwa galwaniczne, czyli urządzenia pozwalające na bezpośrednie przekształcenie energii chemicznej w elektryczną. Zwykle ogniwo składa się z dwóch elektrod zanurzonych w elektrolicie. W wyniku reakcji chemicznych zachodzących na granicy metal-elektrolit powstaje różnica potencjałów, którą właśnie nazywamy siłą elektromotoryczną. Wartość potencjału elektrody względem roztworu jest określona wzorem Nersta:

$$V = V_0 + \frac{kT}{Ze} \ln c, \quad (13)$$

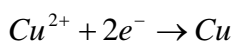
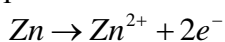
gdzie k jest stałą Boltzmana, T jest temperaturą w kelwinach, c jest stężeniem elektrolitu, Ze jest ładunkiem jonu w roztworze oraz V_0 jest tzw. potencjałem normalnym elektrody (tzn. potencjałem w

roztworze o $1 \text{ mol}/10^{-3} \text{ m}^3$). W ogniwie składającym się z dwóch elektrod zanurzonych w roztworach zawierających jony tych metali różnica potencjałów jest równa:

$$E = V_{01} - V_{02} + \frac{kT}{Ze} \ln \frac{c_1}{c_2}. \quad (14)$$

Wartość siły elektromotorycznej, jak wynika z powyższego wzoru, zależy od potencjałów normalnych elektrod oraz od stężeń jonów w roztworach.

Przykładem ogniwa galwanicznego jest ogniwo Daniella. Składa się ono z elektrody cynkowej zanurzonej w roztworze siarczanu cynku i elektrody miedzianej zanurzonej w roztworze siarczanu miedzi. Oba roztwory są oddzielone od siebie przegrodą. Potencjał elektrody cynkowej w tym ogniwie jest ujemny względem elektrody miedzianej, co powoduje, że jony Zn^{2+} będą przechodziły z powierzchni elektrody do roztworu, natomiast jony miedzi Cu^{2+} będą się wydzielali na powierzchni elektrody miedzianej. Procesy te opisują następujące reakcje chemiczne:



Reakcje te zachodzą do momentu osiągnięcia równowagi termodynamicznej. Po jej osiągnięciu SEM ogniwa Daniella jest równe zgodnie z teorią Nersta różnicy potencjałów normalnych i jest równa 1.1 V. Podłączenie elektrod ogniwa przewodnikiem spowoduje przepływ elektronów od elektrody cynkowej do miedzianej.

Metoda pomiaru

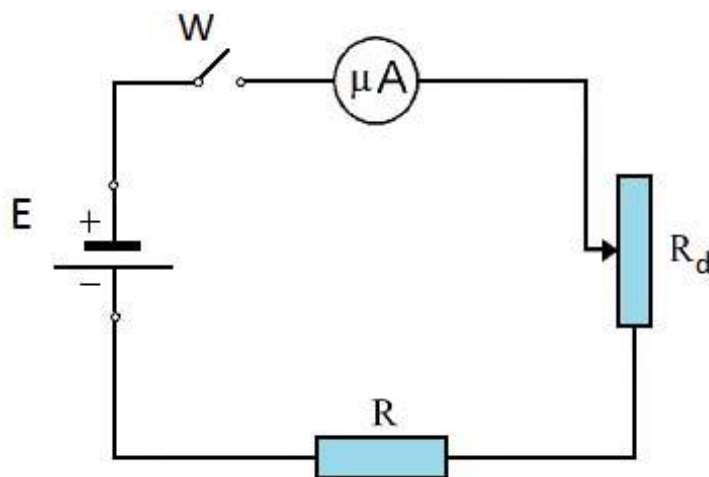
W celu pomiaru siły elektromotorycznej badanego ogniwa należy zestawić obwód zaprezentowany na rysunku 1. W obwodzie jedynym źródłem siły elektromotorycznej jest badane źródło E_x . Układ pozwala na zmianę natężenia prądu w obwodzie poprzez zwiększenie rezystancji na oporniku dekadowym R_d . Zgodnie z prawem Ohma, przy stałym napięciu źródła E_x , zmieniając rezystancję całego obwodu spowodujemy zmianę natężenia prądu płynącego w obwodzie.

Dokonując pomiaru natężenia prądu dla konkretnej wartości oporu R_{d1} otrzymujemy zależność:

$$E_x = I_1(R_A + R + R_{d1} + R_E), \quad (15)$$

gdzie R_A jest rezystancją wewnętrzną mikroamperomierza, R jest rezystancją rezystora zabezpieczającego, R_E jest rezystancją wewnętrzną źródła oraz R_{d1} jest rezystancją ustawioną na oporniku dekadowym. Jeśli dokonamy pomiaru dla innej wartości rezystancji R_{d2} otrzymujemy następującą zależność:

$$E_x = I_2(R_A + R + R_{d2} + R_E), \quad (16)$$



Rys. 1. Schemat układu pomiarowego. E – ogniwo badane; W – włącznik; μA – mikroamperomierz; R_d – opornik dekadowy; R – rezystor zabezpieczający.

Jak można zauważyć, wielkości: R_A , R , R_E są takie same w obu pomiarach, stąd:

$$\frac{E_x}{I_1} - R_{d1} = R_A + R + R_E, \quad (17)$$

$$\frac{E_x}{I_2} - R_{d2} = R_A + R + R_E, \quad (18)$$

W obu równaniach prawe strony są sobie równe, wobec czego otrzymamy:

$$\frac{E_x}{I_1} - R_{d1} = \frac{E_x}{I_2} - R_{d2}, \quad (19)$$

Skąd po prostych przekształceniach otrzymujemy:

$$E_x = \frac{I_1 I_2 (R_{d1} - R_{d2})}{I_2 - I_1}, \quad (20)$$

Otrzymane wyrażenie stanowi podstawę opisaney metody. Dokonując pomiarów natężenia prądu przynajmniej dla dwóch różnych ustawień opornika dekadowego, możemy wyznaczyć siłę elektromotoryczną badanego ogniwa. W celu uzyskania lepszej dokładności mierzonej siły elektromotorycznej dokonujemy serii pomiarów dla wielu wartości rezystancji ustawianych na oporniku dekadowym.

Wykonanie ćwiczenia

- Połączyć obwód elektryczny według schematu przedstawionego na rysunku 1.
- Po zamknięciu włącznika W opornikiem dekadowym R_d ustalić maksymalną wartość prądu płynącego w obwodzie (przy czym $R_0 \geq 10\Omega$). Odczytać wartość tego prądu I_0 oraz rezystancję R_0 na oporniku dekadowym. Ten pomiar będzie jednym z dwóch wymaganych pomiarów do obliczenia siły elektromotorycznej. Czynność powtórzyć dla innych wartości prądu płynącego w obwodzie. Odczytać wartość rezystancji R_x i natężenie prądu I_x oraz zapisać do tabeli. Wszystkie wartości pomiarów powinny być zapisywane bez obróbki i przed zapisaniem odczytanej wartości nie należy przeprowadzać w pamięci żadnych, nawet trywialnych obliczeń.

$$I_0 = \quad \quad \quad R_0 =$$

L.p.	I_x [jednostka]	R_x [jednostka]
1.		
2.		
3.		
....		

- Siłę elektromotoryczną obliczamy ze wzoru:

$$E_x = \frac{I_0 I_x (R_x - R_0)}{I_0 - I_x} -$$

ostateczny wynik pomiaru SEM badanego źródła jest średnią uzyskaną z poszczególnych pomiarów.

- Niepewność pomiaru szacujemy metodą różniczkową.

Zagadnienia do kolokwium:

1. Prawo Ohma i Joule'a-Lenza.
2. Siła elektromotoryczna (SEM) ogniwa.
3. Prawa Kirchhoffa przepływu prądu.
4. Prawa Faradaya przepływu prądu przez elektrolit.
5. Ogniwo Volty, Leclanchého i Daniella.

Literatura:

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003. Tom 3.
2. K. Wróblewski, J. A. Zakrzewski, *Wstęp do fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1991 Tom 2, Część 2
3. E.M. Purcell, *Elektryczność i magnetyzm*, PWN, Warszawa 1974.
4. J. Taylor, *Wstęp do analizy błęd pomiarowego*, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999.
5. G.L.Squires, *Praktyczna Fizyka*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1992.