

Ćw. 1. Wyznaczanie gęstości ciał stałych i cieczy

Wprowadzenie

Gęstość materii jest jednym z makroskopowych parametrów charakteryzujących otaczające nas obiekty. Z definicji gęstość to stosunek masy obiektu materialnego do objętości przez niego zajmowanej:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

Jednostką gęstości w układzie SI jest kg/m^3 . Praktycznie każda substancja ma inną gęstość zależną od stanu skupienia, ciśnienia zewnętrznego i temperatury. Z grubsza możemy stwierdzić, że największą gęstość posiadają ciała stałe, w dalszej kolejności są ciecze, a materią o najmniejszej gęstości mają substancje w stanie gazowym. Jest powszechnie znane, że zmiana temperatury ciała powoduje również objętość ciała. Na ogół zależność V od T jest dość złożona, a współczynnik objętościowej rozszerzalności cieplnej α definiuje się jako względną zmianę objętości przy stałym ciśnieniu zewnętrznym:

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \left(\frac{dV}{dT} \right)_p \quad (2)$$

Zwykle w pewnych zakresach temperatur można przyjąć, że współczynnik rozszerzalności cieplnej jest stały, to znaczy, że objętość rośnie liniowo ze wzrostem temperatury.

$$\alpha \cdot V_0 = \left(\frac{dV}{dT} \right)_p = \text{const} \quad (3)$$

Rozwiązaniem powyższego równania różniczkowego jest następujące wyrażenie na objętość po podwyższeniu temperatury ciała o T stopni.

$$V = V_0(1 + \alpha \cdot T) \quad (4)$$

Znając zależność $V(T)$ możemy łatwo znaleźć zależność $\rho(T)$:

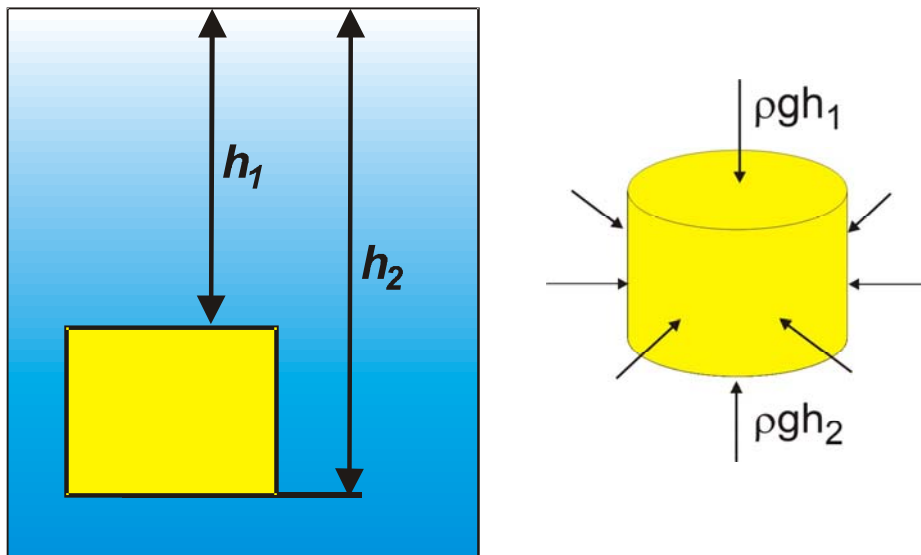
$$\rho(T) = \frac{m}{V_0(1 + \alpha \cdot T)} \quad (5)$$

W metodzie hydrostatycznej dokonujemy pomiaru tej samej masy zanurzonej w różnych cieczach. Mimo, że jest to ta sama masa otrzymujemy różne wartości. Jest to skutek działania siły hydrostatycznych działających na ciało zanurzone jak pokazano na rysunku 1. Wypadkowa tych sił jest równa:

$$\begin{aligned} F_{\text{wyp}} &= (p_0 + \rho g h_2)S - (p_0 + \rho g h_1)S \\ &= \rho g (h_2 - h_1)S = \rho g V \end{aligned} \quad (6)$$

gdzie h_1 i h_2 są głębokościami górnej i dolnej powierzchni obiektu. S jest powierzchnią górną i dolną obiektu na które działa siła hydrostatyczna. Stąd na ciało zanurzone w płynie oprócz siły ciężkości działa siła wyporu równoległa do siły grawitacji skierowana przeciwnie.

$$F_{wyp} = \rho_{pl} g V \quad (7)$$



Rys. 1.

Metoda pomiaru

A. Wyznaczanie gęstości ciał stałych

Gęstość ciała stałego o dowolnym kształcie można wyznaczyć poprzez zważenie tego ciała w powietrzu oraz po zanurzeniu w cieczy o znanej gęstości. Gęstość ciała z definicji jest to stosunek masy ciała i jego objętości.

$$\rho_{cs} = \frac{m_p}{V} \quad (8)$$

gdzie m_p jest masą ciała zważonego w powietrzu a V jego objętością. Jeśli nie znana jest objętość ciała, to trzeba ją wyznaczyć z innej zależności. Możemy to zrobić poprzez zważenie tego ciała po zanurzeniu w cieczy. Zgodnie z prawem Archimedesusa ciężar ciała zanurzonego w cieczy jest równy różnicy ciężarowi ciała w powietrzu i siły wyporu działającej na to ciało.

$$Q_{cs} = Q_p - F_{wyp} \quad (9)$$

Stosując prawo Archimedesusa i odpowiednio przekształcając, otrzymamy

$$Q_p - Q_{cs} = \rho_c g V \quad (10)$$

Skąd otrzymamy wyrażenie na objętość ciała V :

$$V = \frac{Q_p - Q_{cs}}{\rho_c g} = \frac{m_p - m_{cs}}{\rho_c} \quad (11)$$

Po wstawieniu powyższego wyrażenia e możemy zapisać:

$$\rho_{cs} = \frac{m_p}{m_p - m_{cs}} \rho_c \quad (12)$$

Z powyższego wzoru możemy wyznaczyć gęstość badanej cieczy, jeśli znamy gęstość innej. Jeśli jest nie znany gęstości przynajmniej jednej cieczy, to możemy zawsze wyznaczyć na podstawie pomiarów masy gęstość względną jednej cieczy względem drugiej, ze wzoru:

$$\frac{\rho_{cs}}{\rho_c} = \frac{m_p}{m_p - m_{cs}} \quad (13)$$

B. Wyznaczanie gęstości cieczy

W metodzie zwanej hydrostatyczną w celu wyznaczenia gęstości cieczy posłużymy się ciałem stałym o nieznannej gęstości, które kolejno będziemy ważyli w powietrzu, cieczy o znanej gęstości oraz w cieczy której gęstość chcemy zmierzyć. Na ciało stałe zanurzone w cieczy działa siła wyporu, która jest równa ciężarowi wypartej cieczy. Natomiast ciężar zanurzonego w cieczy będzie równy ciężarowi ciała pomniejszonemu o wartość siły wyporu, odpowiednio w wodzie oraz badanej cieczy:

$$Q_w = Q_p - F_{ww} \quad (14)$$

$$Q_c = Q_p - F_{wc} \quad (15)$$

Z tych równań, po zastosowaniu prawa Archimidesa otrzymamy:

$$Q_p - Q_w = \rho_w g V \quad (16)$$

$$Q_p - Q_c = \rho_c g V \quad (17)$$

Ponieważ V i g są stałe, to po podzieleniu równań stronami i prostych przekształceniach mamy:

$$\rho_c = \frac{Q_p - Q_c}{Q_p - Q_w} \rho_w \quad (18)$$

co ostatecznie możemy zapisać:

$$\rho_c = \frac{m_p - m_c}{m_p - m_w} \rho_w \quad (19)$$

Z powyższego wzoru możemy wyznaczyć gęstość badanej cieczy, jeśli znamy gęstość innej cieczy.

Wykonanie ćwiczenia

A. Wyznaczanie gęstości ciał stałych

1. Zawieszamy badany obiekt na cienkim drucie na jednym z ramion wagi szalkowej.
2. Wazymy zawieszony obiekt i zapisujemy wynik pomiaru m_p .
3. Następnie zawieszony obiekt zanurzamy całkowicie w cieczy o znanej gęstości (np. wodzie destylowanej), tak by elementy obiekt i elementy szalki nie miały kontaktu z naczyniem z cieczą i stolikiem na którym naczynie stoi.
4. Dokonujemy ważenia obiektu w wodzie i zapisujemy wynik pomiaru m_w .
5. Ustalamy temperaturę wody i odszukujemy wartość gęstości wody w ustalonej temperaturze.
6. Obliczymy wartość gęstości obiektu badanego ze wzoru:

$$\rho = \frac{m_p}{m_p - m_w} \rho_w$$

7. Czynności o punktu 2 do 6 powtarzamy kilkakrotnie.
8. Niepewność pomiaru oszacować tzw. metodą różniczkową.

B. Wyznaczanie gęstości cieczy

1. Zawieszamy badany obiekt na cienkim drucie na jednym z ramion wagi szalkowej.
2. Ważymy zawieszony obiekt i zapisujemy wynik pomiaru m_p .
3. Następnie zawieszony obiekt zanurzamy całkowicie w cieczy o znanej gęstości (np. wodzie destylowanej), tak by elementy obiektu i elementy szalki nie miały kontaktu z naczyniem z cieczą i stolikiem na którym naczynie stoi.
4. Dokonujemy ważenia obiektu w wodzie i zapisujemy wynik pomiaru m_w .
5. Zawieszony obiekt zanurzamy całkowicie w badanej cieczy i dokonujemy ważenia obiektu w badanej cieczy oraz zapisujemy wynik pomiaru m_c .
6. Ustalamy temperaturę wody i odszukujemy wartość gęstości wody w ustalonej temperaturze.
7. Obliczymy wartość gęstości obiektu badanego ze wzoru:

$$\rho = \frac{m_p - m_c}{m_p - m_w} \rho_w$$

8. Czynności o punktu 2 do 7 powtarzamy kilkakrotnie.
9. Niepewność pomiaru oszacować tzw. metodą różniczkową.

Zagadnienia do kolokwium:

1. Definicje gęstości, metody pomiaru.
2. Prawo Pascala, Archimedesesa
3. Rozszerzalność cieczy i ciał stałych pod wpływem temperatury i ciśnienia; współczynniki rozszerzalności.

Literatura:

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.
2. A. K. Wróblewski, J. A. Zakrzewski, *Wstęp do fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1991.
3. J. Taylor, *Wstęp do analizy błędów pomiarowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999.
4. G.L.Squires, *Praktyczna Fizyka*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1992.
5. H. Szydłowski, *Pracownia fizyczna wspomaganą komputerem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.

Tabela gęstości wody w zależności od temperatury $\times 10^3$ [kg/m³]

Temp [°C]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,99984	0,99990	0,99994	0,99996	0,99997	0,99996	0,99994	0,99990	0,99985	0,99978
10	0,99970	0,99960	0,99950	0,99937	0,99924	0,99910	0,99894	0,99877	0,99877	0,99840
20	0,99820	0,99799	0,99777	0,99753	0,99729	0,99704	0,99678	0,99651	0,99623	0,99594
30	0,99564	0,99534	0,99502	0,99470	0,99437	0,99403	0,99368	0,99333	0,99296	0,99259