

## C-8. Moment siły - równowaga sił. Wyznaczenie momentów sił lewo i prawoskrętnych

### Wprowadzenie

Obserwowane w przyrodzie ruchy ciał można opisać\* stosując podział na ruch postępowy i ruch obrotowy. W ruchu postępowym wszystkie punkty ciała poruszają się po torach o jednakowym kształcie, które są tylko przesunięte względem siebie w przestrzeni o pewien wektor. W ruchu obrotowym ciała wszystkie jego punkty poruszają się po okręgach, których środki leżą na jednej prostej – osi obrotu. Ruchem postępowym porusza się np. na prostym odcinku drogi samochód, którego prędkość może zmieniać wartość, ale nie zmienia kierunku. Ten sam samochód okrążający rondo, bez zmiany odległości od jego środka, porusza się ruchem obrotowym.

Związek ruchu ciała z działającymi siłami bada dział fizyki – dynamika. Już w XVII w. Izaak Newton sformułował trzy (I-III) zasady dynamiki opisujące ruch postępowy ciał. II zasada dynamiki mówi np. że ciało o masie  $m$  pod wpływem wypadkowej siły  $\vec{F}$  będzie zmieniało swoją prędkość w tempie określonym przez nadane mu przyspieszenie o wartości  $\vec{a} = \vec{F}/m$ . Prawo to ma zastosowanie do ciał poruszających się takim ruchem, że tory wszystkich jego punktów można uznać za jednakowe. Słuszne jest ono więc nawet dla pewnych ruchów obrotowych, jak np. małej kulki doczepionej do długiej nici i wirującej wokół osi obrotu. Ruch samochodu na rondzie można opisać tym prawem tylko w pewnym przybliżeniu, które jest tym lepsze im mniejszy jest stosunek rozmiarów samochodu do promienia drogi wokół ronda. Generalnie jednak opis dynamiki ruchu obrotowego wymaga zastosowania innych pojęć i praw niż te stosowane dla ruchu postępowego.

Do opisanego związku parametrów ruchu obrotowego ciał z działającymi siłami niezbędne było wprowadzenie zasad dynamiki ruchu obrotowego. Zasady te przyjmują postać szczególnie prostą w przypadku ciał, które nie odkształcają się podczas tego ruchu, tzn. odległość między dowolnymi dwoma punktami tego ciała nie zmienia się. Jeśli tak jest, to mówimy, że mamy do czynienia z bryłą sztywną. II zasada dynamiki dla bryły sztywnej ma postać:

$$\varepsilon = \frac{\vec{M}}{I}, \quad (1)$$

gdzie  $\varepsilon$  jest przyspieszeniem kątowym,  $\vec{M}$  momentem siły a  $I$  momentem bezwładności tej bryły względem osi obrotu. W przypadku, gdy oś obrotu bryły nie zmienia swojego położenia względem ciała (jest z nim na sztywno związana) oraz nie zmienia ona swojego kierunku w przestrzeni, postać II zasady dynamiki ruchu obrotowego można zapisać bez wektorów w postaci

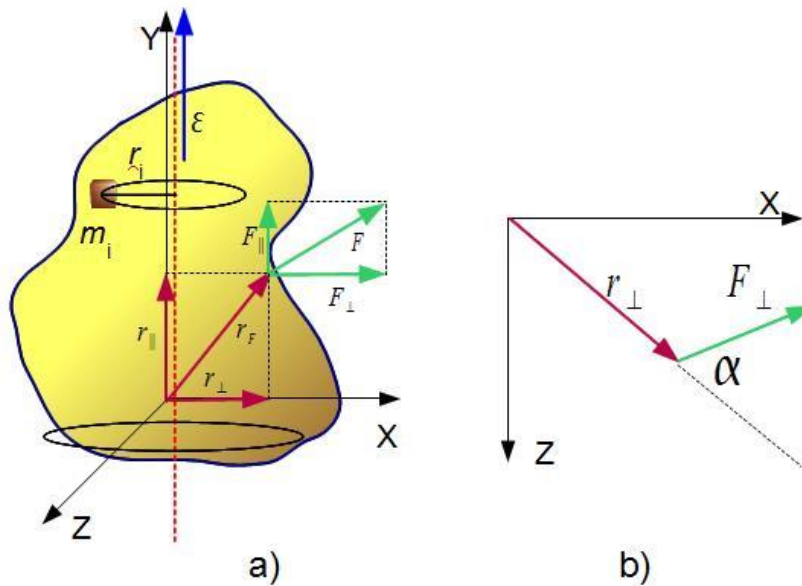
$$\varepsilon = \frac{M}{I}. \quad (2)$$

\* Zajmuje się tym dział fizyki - kinematyka

Przyspieszenie kątowe bryły sztywnej  $\varepsilon$  ma ścisły związek z innymi wielkościami kinematycznymi bryły – prędkością kątową  $\omega$  i drogą kątową  $\alpha$ :

$$\varepsilon(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}, \quad (3)$$

gdyż prędkość i droga kątowa są związane zależnością  $\omega = d\alpha/dt$ . Ponieważ drogę kątową  $\alpha(t)$ , wyrażającą kąt o jaki obróciła się bryła w czasie  $t$ , mierzymy w radianach ( $[\alpha] = \text{rad}$ ), to jednostką prędkości jest rad/s a przyspieszenia rad/s<sup>2</sup>.

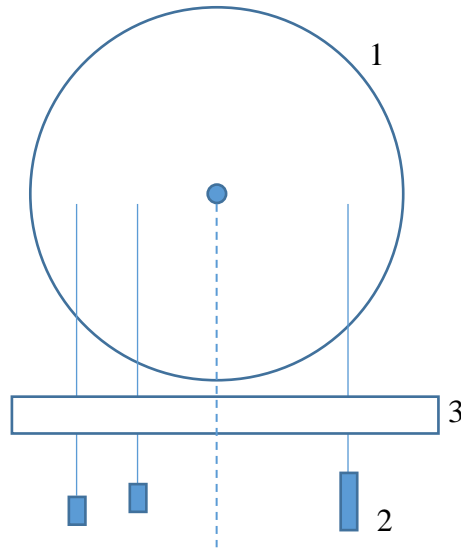


**Rys. 1.** a) Ruch obrotowy bryły sztywnej z zaznaczonymi kołowymi torami ruchu dwóch wybranych punktów (czarne elipsy) oraz osią obrotu (czerwona linia przerywana) oraz rozkładem na składową równoległą i prostopadłą do osi obrotu wektora przyłożenia siły  $r_F$  i siły  $F$ . b) Składowe wektorów decydujące o wartości momentu siły.

Moment siły jest wielkością wektorową zdefiniowaną jako iloczyn wektorowy wektora położenia  $\vec{r}_F$  punktu, do którego przyłożono siłę i wektora tej siły  $\vec{F}$  (patrz rys. 1b).

$$\vec{M} = \vec{r}_F \times \vec{F}. \quad (4)$$

Gdy bryła sztywna obraca się wokół unieruchomionej osi obrotu, jak to ma miejsce w większości maszyn, wartość momentu siły wynosi  $M = r_{\perp} F_{\perp} \cdot \sin\varphi$ . Zależy więc nie tylko od wartości rzutu siły  $\vec{F}$  na kierunek prostopadły do osi obrotu, ale też od ramienia siły (odległości punktu przyłożenia siły od osi obrotu) oraz od sinusa kąta między ramieniem siły  $r_{\perp}$  a składową prostopadłą siły  $F_{\perp}$ .



**Rys. 2.** Schemat zestawu pomiarowego: 1) tarcza obrotowa, 2) ciężarki na sznurkach, 3) linijka

### Wykonanie zadania

1. Na tarczy obrotowej zawiesić na środkowym sznurku jeden dowolny obciążnik i przesuując linijkę ustawić ją tak, aby sznurek znajdował się na tle kreski zerowej.
2. Zawiesić, co najmniej 3 obciążniki na pozostałych sznurkach, w taki sposób dobierając ich masy i odległości między nimi, aby tarcza nie obracała się.
3. Policzyc ciężarki znajdujące się po lewej stronie tarczy. Dla każdego z ciężarków odczytać i zapisać w tabeli masę i ramię siły (odległość od kreski zerowej do kreski pokrywającej się ze sznurkiem, na którym znajduje się dana masa).
4. Policzyc ciężarki znajdujące się po prawej stronie tarczy. Dla każdego z ciężarków odczytać i zapisać w tabeli masę i ramię siły (odległość od kreski zerowej do kreski pokrywającej się ze sznurkiem, na którym znajduje się dana masa).
5. Obliczyć siły ciężkości działające na poszczególne ciężarki korzystając z zależności  $\mathbf{P} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{g}$ , za  $g$  przyjmując wartość **9,81** m/s<sup>2</sup>.
6. Obliczyć momenty sił prawo-  $\mathbf{M}_{pr}$  i lewo-  $\mathbf{M}_{lew}$  skrętnych według wzoru  $\mathbf{M} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{r}$
7. Zsumować momenty sił dla każdej ze stron oddzielnie ( $\Sigma \mathbf{M}_{pr}$  i  $\Sigma \mathbf{M}_{lew}$ ).
8. Doświadczenie powtórzyć dla innej kombinacji obciążników i odległości.

### Tabela pomiarowa

m (kg)	P (N)	r (m)	$M_{lew}$ (Nm)	$M_{pr}$ (Nm)
Suma				
Suma				

### Zagadnienia do kolokwium:

1. Cechy ruchu postępowego i obrotowego oraz przykłady takich ruchów.
2. II zasada dynamiki bryły sztywnej. Scharakteryzować występujące w niej wielkości.
3. Definicja bryły sztywnej oraz jej momentu bezwładności.
4. Moment siły.
5. Równowaga sił.

### Literatura:

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki*, Tom 1 (Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2003) rozdz. 11 i 12.
2. J. Massalski, M. Massalska, *Fizyka dla inżynierów*, Część I - *Fizyka klasyczna*, (Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2005) rozdz. 6.7.1-6.7.3.
3. H. Szydłowski, *Pracownia fizyczna*, (Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1997) rozdz. III 8.0-8.1.

Opracował Michał Świątlicki