

C-2. Sprawdzenie zasady zachowania energii i obliczenie straty energii mechanicznej przy odbiciu

Wprowadzenie

Klasyczne kursy fizyki, czy to na poziomie szkolnym czy na wyższym, zwykle wspólnie prezentują takie pojęcia jak energia, praca i moc. Tak ugruntowany przekaz nie jest oczywiście tylko historyczną spuścizną, ale ma solidne podstawy w nauce. Dodatkowo, powszechnie prezentowany materiał dotyczący tych pojęć kończy się często sformułowaniem zasady zachowania energii oraz określeniu warunków, kiedy ta zasada jest spełniona w sensie braku strat energii. **Zasada zachowania energii mechanicznej należy do jednych z fundamentalnych zasad fizyki, która mówi, że dla ciała podlegającego działaniu tylko siły zachowawczej, suma energii kinetycznej i potencjalnej jest stała.** Jest to oczywiście sytuacja, gdy w układzie w którym zachodzi oddziaływanie, nie występują lub są pomijalnie małe siły rozpraszające energię, takie jak siły tarcia, siły oporu powietrza, czy inne siły powodujące zamianę energii mechanicznej w różne formy energii. Natomiast w rzeczywistym świecie występowanie sił rozpraszających energię jest powszechny.

W tym momencie można postawić pytanie co to jest energia? Nie ma jednej definicji energii, dlatego, że pojęcie to jest bardzo szerokie i określa zwykle stan ciała związany z pewnym parametrem fizycznym. Przykładowo, energia kinetyczna określa stan ciała będącego w ruchu. Im większa prędkość ciała, tym większa energia kinetyczna. Również, gdy dwa ciała o różnych masach poruszające się z tą samą prędkością posiadają różne energie kinetyczne. Ciało o większe masie posiada większą energię kinetyczną, zgodnie ze wzorem:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Gdzie m jest masą ciała, a v jego prędkością.

Inną formą energii jest energia potencjalna. Związana jest ona ze stanem oddziaływania tzw. siły zachowawczej na ciało w polu tej siły. Siły te nie zależą od czasu. Siły zachowawcze należą do klasy sił posiadających potencjał. Energia potencjalna występuje tylko w obszarze w którym występują siły zachowawcze.

Z kolei praca w fizyce oznacza jedną z możliwych form przekazywania energii. O pracy mówimy wtedy, gdy siła działająca na dane ciało powoduje jego przemieszczenie. Siła może zależeć od przemieszczenia, a przemieszczenie może następować na dowolnej drodze pomiędzy dwoma punktami. Praca według definicji jest iloczynem skalarnym wektora siły (F) działającej na obiekt i wektora przesunięcia (r) obiektu:

$$W = \vec{F} \circ \vec{r}$$

Z definicji wynika, że praca jest skalarem, czyli jest określana liczbą. Nie posiada kierunku, tylko wartość. Jest to definicja, która może być bezpośrednio zastosowana w przypadku, gdy siła działająca na ciało jest stała w trakcie całego ruchu oraz ruch się odbywa po liniach prostych. W przypadku zmieniającej się siły, przyjmując różne wartości i kierunki działania, lub ruchu po krzywej, możemy cały ruch podzielić na małe prostoliniowe odcinki drogi na których wektor siły jest stały. Wówczas praca wykonana na całej drodze jest równa sumie prac wykonanych na poszczególnych odcinkach.

Wykonanie pracy przez siły zewnętrzne powoduje zmianę stanu energetycznego ciała.

Przykładami przemiany zmiany stanu energii kinetycznej ciała jest siła (F) potrzebna na rozpędzenie ciała od prędkości v_A do v_B

$$W = \int_{t_A}^{t_B} \vec{F} \circ d\vec{r} = \int_{t_A}^{t_B} m \vec{a} \circ \vec{v} dt = m \int_{t_A}^{t_B} \frac{d\vec{v}}{dt} \circ \vec{v} dt = m \int_{t_A}^{t_B} \vec{v} \circ d\vec{v} = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2}$$

Podobnie możemy przeprowadzić rachunek dla siły grawitacji Newtona, która powoduje przemieszczenie się ciała od położenia (r_A) do (r_B) oraz siły odkształcenia sprężyny (rozciągnięcia od długości x_A do długości x_B).

$$W = \int_A^B \vec{F} \circ d\vec{r} = \int_A^B G \frac{mM}{r^2} \circ d\vec{r} = GmM \int_A^B \frac{1}{r^2} \circ d\vec{r} = G \frac{mM}{r_A} - G \frac{mM}{r_B}$$

$$W = \int_A^B \vec{F} \circ d\vec{r} = \int_A^B kx \circ dx = k \int_A^B x \circ dx = \frac{kx_B^2}{2} - G \frac{kx_A^2}{2}$$

Co prowadzi do stwierdzenia, że aby zmienić energię ciał konieczna jest praca oraz gdy nie występują siły rozpraszające energię to cała praca wykonana nad ciałem zwiększa jej energię od energii E_A do E_B

$$W = E_B - E_A$$

Wykorzystując powyższą relację możemy napisać, że energia ciała w w stanie 'B' jest równa energii w stanie 'A' i wykonanej pracy:

$$E_A = E_B - W$$

W przypadku sił zachowawczych, mamy:

$$E_A = E_B - \int_A^B \vec{F} \circ d\vec{r}$$

Jeżeli znajdziemy takie miejsce w przestrzeni ($E_B = 0$), gdzie wartość siły jest równa zero, to praca wykonana przy przesunięciu ciała z tego punktu do dowolnego punktu w którym oddziałuje siła zachowawcza na ciało, to wykonana praca będzie równa energii potencjalnej ciała w tym punkcie.

$$E_A = - \int_A^B \vec{F} \circ d\vec{r}$$

Odwracając powyższą operację otrzymamy związek pomiędzy siłą a energią potencjalną:

$$F = - \frac{dE_A}{dr}$$

Czyli, każda siła zachowawcza posiada funkcję zwaną energią potencjalną.

W przypadku siły grawitacyjnej Newtona (pole grawitacyjne) energia potencjalna ma postać:

$$E_p = G \frac{mM}{r}$$

Praca jest związana z oddziałującą siłą oraz przemieszczeniem. Natomiast, żaden z powyższych związków bezpośrednio nie wiąże się z czasem. Jak wiemy z doświadczenia, że często ważne jest, w jakim czasie wykonana jest dana praca. Wielkością wiążącą ze sobą pracę (W) i czas (t), w którym została wykonana, używamy pojęcia – mocy. Moc jest skończoną wartością pracy wykonanej w skończonym czasie, a jej jednostką jest wat [W].

$$P = \frac{W}{t}$$

W sytuacji gdy występują siły rozpraszające energię, część pracy jest zużyta na pracę przeciwko tym siłom. Wówczas część pracy wykonanej przez siłę zewnętrzną jest zamieniana na inną formę energii, np. występuje zwiększenie energii wewnętrznej ciała poprzez wzrost ich temperatury w przypadku siły tarcia. Również w zderzeniach część energii kinetycznej jest tracona na deformację plastyczną ciał. W sytuacjach w których wielkość sił rozpraszających jest niepomijalna, należy stratę uwzględnić w bilansie energetycznym. Mianowicie, zgodnie z zasadą zachowania energii mamy:

$$W = E_B - E_A + \Delta E$$

gdzie ΔE jest stratą energii w zderzeniu.

Metoda pomiaru

W celu sprawdzenia zasady zachowania energii, zastosujemy zjawisko spadku swobodnego piłki z określonej wysokości i jej odbicia się od podłoża. Piłka opadająca z określonej wysokości odbija się i następnie wznosi się na określoną wysokość. Przyjmując, że zakres wysokości z których będzie spadała piłka jest nie duży, przyjmiemy, że energia mechaniczna, która zamienia się na energię wewnętrzną podczas odbicia jest taka sama. W tej metodzie zakładamy również, że strata wartość energii związanej z oporem powietrza w stosunku do początkowej energii potencjalnej jaką posiada piłka jest mała i można ją pominąć.

Z równania zachowania energii otrzymamy następującą relację:

$$E_{p1} = E_{p2} + \Delta E$$

gdzie E_{p1} jest energią potencjalną na wysokości H , a E_{p2} jest energią w maksymalnym położeniu h po odbiciu się od podłoża.

Wstawiając odpowiednie wyrażenia na energie potencjalne otrzymujemy prostą zależność

$$mgH = mgh + \Delta E$$

gdzie H jest wysokością z jakiej została spuszczone piłka, h jest wysokość na jaką wzniosła się piłka po odbiciu, m jest masą piłki. Po prostych przekształceniach, mamy

$$h = H - \frac{1}{mg} \Delta E$$

Przyjmując, za $h=y$, a za $H=x$, otrzymamy zależność liniową wysokości na którą się wzniesie piłka po odbiciu od wysokości z której spadła o współczynniku kierunkowym równym jeden:

$$y = x - b$$

gdzie

$$b = \frac{1}{mg} \Delta E$$

Wyznaczając, punkt przecięcia z osią Y powyższej zależności liniowej (współczynnik b) możemy bezpośrednio policzyć stratę energii mechanicznej przy odbiciu (ΔE).

Otrzymane wyrażenie stanowi podstawę opisaney metody. Dokonując pomiarów przynajmniej dla dwóch wysokości z której spada ciało i odpowiednich wysokości na którą się ono wzniesie, możemy wyznaczyć stratę energii przy odbiciu. W celu uzyskania lepszej dokładności mierzonej stratę energii przy odbiciu, dokonujemy serii pomiarów dla wielu wartości wysokości z której spada ciało i odpowiednich wysokości na którą się ono wzniesie.

Wykonanie ćwiczenia

Do wykonania ćwiczenia, potrzebna jest dowolna piłka dla której chcemy zmierzyć stratę energii przy podbiciu, przymiar liniowy niezbędny do pomiaru wysokości z której piłka będzie spadała i wysokości na którą się wzniesie piłka oraz telefon komórkowy z możliwością filmowania krótkich filmów.

1. Dla różnych wysokości z której będzie spadało ciało wyznaczamy wysokość na którą się wzniesie. Wartości wysokości z której piłka jest opuszczana i na którą się będzie wznosiła zapisujemy w odpowiedniej tabeli (np. poniższej). Wysokość na którą się wzniesie piłka można ustalić filmując, np. telefonem komórkowym ruch piłki na tle przymiaru liniowego. Wszystkie pomiary powinny być zapisywane bez obróbki, z dokładnością jaką można uzyskać zastosowanym przymiarem liniowym. Przed zapisaniem odczytanej wartości nie należy przeprowadzać żadnych obliczeń.

L.p.	H [m]	h [m]
1.		
2.		
3.		
....		

2. Następnie, do otrzymanych wartości punktów pomiarowych stosujemy metodę najmniejszych kwadratów w celu wyznaczenia współczynnika b , a ΔE obliczamy ze wzoru:

$$\Delta E = \frac{b}{mg}$$

3. Niepewność pomiaru obliczamy również metodą najmniejszych kwadratów, wyznaczając najpierw Δb , a następnie ΔE .
4. Wykonujemy wykres zależności $h(H)$.

Zagadnienia do kolokwium:

1. Zasady dynamiki Newtona,
2. Zasada zachowania energii,
3. Ruch w polu grawitacyjnym, natężenie pola,
4. Rodzaje odkształceń.

Literatura:

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003. Tom. 3.

2. A. K. Wróblewski, J. A. Zakrzewski, *Wstęp do fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1991. Tom 1.
3. J. Taylor, *Wstęp do analizy błęd pomiarowego*, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999.
4. G.L. Squires, *Praktyczna Fizyka*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1992.

Opracował Dariusz Chocyk